



CONCURSUL DE MATEMATICĂ "DAN BARBILIAN"

București 2022-2023

Barem cls a X-a

Varianta 1

Oficiu 10p

I. 50p

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b	a	c	a	a	d	c	c	d	a
5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p	5p

II. 40p

1	$x - 6 + 2\sqrt{(x-6)(x-7)} + x - 7 = 1$	2p
	$2x - 14 = 2\sqrt{(x-6)(x-7)} \quad :2$	2p
	$x - 7 = \sqrt{x^2 - 13x + 42} \quad ()^2$	2p
	$x^2 - 14x + 49 = x^2 - 13x + 42$	2p
	$-x = -7 \Rightarrow x = 7$	2p
2	$2^{x^2+x} = y \Rightarrow$	2p
	$2y + y = 12$	2p
	$y = 4$	1p
	$2^{x^2+x} = 2^2$	1p
	$x^2 + x - 2 = 0$	1p
	$x_1 = 1$	1p
	$x_2 = -2$	1p
$s = 1 - 2 = -1$	1p	
3	f injectivă $\Rightarrow (\forall)x_1, x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, cu proprietatea $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$	1p
	Din $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{2x_1+3}{x_1-1} = \frac{2x_2+3}{x_2-1} \Rightarrow (2x_1+3)(x_2-1) = (2x_2+3)(x_1-1)$	1p
	$2x_1x_2 - 2x_1 + 3x_2 - 3 = 2x_1x_2 - 2x_2 + 3x_1 - 3$ $3x_2 + 2x_1 = 3x_1 + 2x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$	1p
	$\Rightarrow f$ injectivă (1)	1p
	f surjectivă $\Leftrightarrow \forall y \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, (\exists)x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ astfel încât $f(x)=y$	1p
	$\frac{2x+3}{x-1} = y \Rightarrow (x-1)y = 2x+3$	1p
	$xy - y = 2x + 3 \Rightarrow x(y-2) = 3 + y$	

	$x = \frac{3+y}{y-2}, (\forall)y \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$	1p
	$\Rightarrow f(x) = \frac{2\left(\frac{3+y}{y-2}\right) + 3}{\frac{3+y}{y-2} - 1} = \frac{6 + 2y + 3y - 6}{3 + y - y + 2} = y$	1p
	$\Rightarrow f$ surjectivă (2)	1p
	Din (1) și (2) $\Rightarrow f$ bijectivă	1p
4	Fie C simetricul lui A față de B $\Rightarrow B$ mijlocul segmentului AC	3p
	$x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 3 = \frac{-1 + x_C}{2}$	2p
	$6 = -1 + x_C \Rightarrow x_C = 7$	1p
	$y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \Rightarrow 0 = \frac{4 + y_C}{2}$	2p
	$0 = 4 + y_C \Rightarrow y_C = -4$	1p
	$\Rightarrow c(7, -4)$	1p